BAC 1999 SESSION PRINCIPALE

EXERCICE 1 (6 points)

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.
Soit Δ la droite d'équation $x = 2$ et A le point d'affixe 2.

1) Vérifier que Δ est l'ensemble des points M d'affixe z tels que $4 - z - \bar{z} = 0$

2) Soit φ l'application de $P\setminus\Delta$ dans P, qui à tout point M d'affixe z associe le point M d'affixe $z' = \dfrac{4 - z\bar{z}}{4 - z - \bar{z}}$

a- Montrer que z' est un nombre réel .

b- Déterminer l'ensemble (Γ) des points M (z) tel que $z' = k$ où k est un réel donné différent de 2.

3)a- Montrer que pour tout nombre complexe z tel que $Re(z) \neq 2$ on a :

$$|z' - z| = |z' - 2|$$

b- En déduire que pour tout point M de $P\setminus\Delta$,le point M' est l'intersection de la médiatrice de [AM] avec l'axe des abscisses.

4) Soit D la droite d'équation $x = 3$.

Pour tout point M de D on désigne par M' le point $\varphi(M)$ et par M" le symétrique de M' par rapport à (AM).

Montrer que M" appartient à une parabole de foyer A et dont on précisera la directrice.

EXERCICE 2 (4 points)

Dans le plan orienté, on considère un triangle rectangle ABC tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) \equiv \dfrac{\pi}{2}$ $[2\pi]$ et $AB = 2AC$.

Soient D et D' deux droites parallèles passant respectivement par B et C et ne contenant aucun des côtés du triangle ABC. Soit Δ la droite passant par A et perpendiculaire à D et D'.La droite Δ coupe les droites D et D' respectivement en I et J .

1) Soit S la similitude directe qui transforme A en B et C en A .

a- Déterminer l'angle et le rapport de S .

b- Soit Ω le centre de S .

Montrer que Ω est le projeté orthogonal de A sur (BC).

2)a- Déterminer S(D') et S(Δ)

b- En déduire S(J).